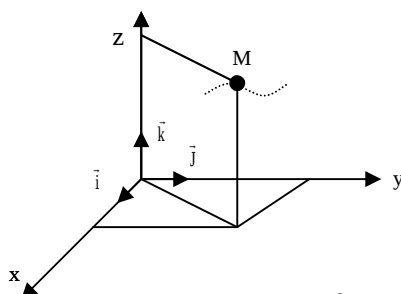


PHẦN II. ĐỘNG HỌC**CHƯƠNG IV****CHUYỂN ĐỘNG NG CẠM - CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH
CHUYỂN ĐỘNG NG CẠM****Bài 10. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ DESCARTES****1. Phương trình chuyển động cạam**

Trong hệ tọa độ Descartes, vị trí cạam M được xác định bởi ba tọa độ cạam nó (x, y, z). Khi M chuyển động, các thông số định vị này thay đổi theo thời gian (hình 10.1).

$$x = x(t); y = y(t); z = z(t) \quad (10-1)$$

Đó chính là các phương trình chuyển động cạam theo tọa độ Descartes.



Hình 10 - 1

2. Vận tốc cạam

Để xác định vận tốc, ta xác định hình chiếu của vận tốc lên các trục x, y, z .

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}(t) \quad (10-2)$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}(t)$$

Vận tốc cạam được xác định bằng biểu thức:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (10-3)$$

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v}; \cos \beta = \frac{v_y}{v}; \cos \gamma = \frac{v_z}{v} \quad (10-4)$$

Với α, β, γ là các góc tạo bởi $\vec{v}$ với các trục x, y, z .

3. Gia tốc cạam

Tính đạo hàm vận tốc, ta xác định hình chiếu của gia tốc.

$$\begin{aligned}a_x &= \frac{dv_x}{dt} = v'_x(t) = x''(t) \\a_y &= \frac{dv_y}{dt} = v'_y(t) = y''(t) \\a_z &= \frac{dv_z}{dt} = v'_z(t) = z''(t)\end{aligned}\quad (10-5)$$

Trình và phân gia gia t c :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (10-6)$$

$$\cos \alpha' = \frac{a_x}{a}; \cos \beta' = \frac{a_y}{a}; \cos \gamma' = \frac{a_z}{a} \quad (10-7)$$

α', β', γ' là các góc tạo bởi $\vec{a}$ với các trục x, y, z .

* **Ví dụ** : Viên đạn bay trong không gian Oxy theo phương trình

$$x = v_0 t \cos \alpha \quad (a)$$

$$y = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t \sin \alpha \quad (b)$$

Trong đó α là góc bắn.

Tìm vận tốc, gia tốc và quỹ đạo của viên đạn.

Giải

Để tìm quỹ đạo, ta khảo sát khi phương trình:

$$\text{Từ (a) suy ra: } t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\text{Thay vào (b) ta được: } y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)x$$

Vậy quỹ đạo viên đạn là đường parabol

$$v_x = \dot{x}(t) = v_0 \cos \alpha$$

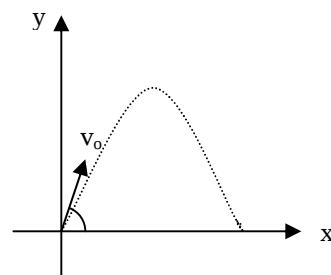
$$v_y = \dot{y}(t) = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}$$

$$a_x = \ddot{x}(t) = 0$$

$$a_y = \ddot{y}(t) = -g$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-g)^2} = g$$

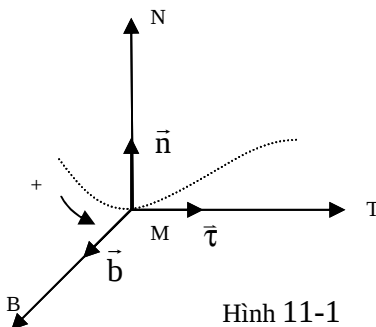


Bài 11. PHƯƠNG PHÁP TỰA ĐIỂM TỰ NHIÊN**Hệ tủa điểm tự nhiên**

Đường trong mặt phẳng tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm M trên MT hướng theo tiếp tuyến của quỹ đạo về phía dương với vectơ đơn vị $\vec{\tau}$. Đường trục MN hướng theo pháp tuyến của quỹ đạo về phía lõm, pháp tuyến MN nằm trong mặt phẳng tiếp gợn là pháp tuyến chính với vectơ đơn vị $\vec{n}$.

Đường pháp tuyến MB vuông góc với hai trục trên gợn là trùng pháp tuyến với vectơ đơn vị là $\vec{b}$ thì hướng ngược lại ta chọn chiều của $\vec{b}$ sao cho $M_{\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b}}$ là một hệ trục thuận.

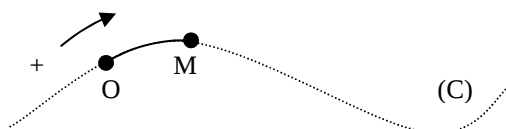
Vì vậy tại mỗi điểm của đường cong, ta luôn dựng được một hệ tủa điểm vuông góc có 3 trục hướng theo tiếp tuyến, pháp tuyến chính và trùng pháp tuyến gợn là hệ tủa điểm tự nhiên (hình 11-1).



Hình 11-1

1. Phương trình chuyển động của điểm

Trên quỹ đạo của đường đi, ta chọn O làm gốc. Định chiều đường cong của quỹ đạo (chiều chuyển động của điểm). Vị trí của đường đi được xác định bởi thông số $s = \widehat{OM}$, khi M chuyển động, thông số định vị sẽ biến thiên theo thời gian.



$s = s(t)$ gọi là phương trình chuyển động của điểm dọc trục tủa điểm tự nhiên (s còn được gọi là tủa cong của đường đi).

2. Vận tốc của điểm

Để xác định vận tốc của đường đi, ta sẽ tìm hình chiếu của nó trên các trục của hệ tủa điểm tự nhiên. Vì vectơ $\vec{v}$ hướng theo tiếp tuyến của quỹ đạo nên $\vec{v} = v_{\tau} \cdot \vec{\tau}$ ($v_n = v_b = 0$).

$$|v_{\tau}| = |\vec{v}| = \left| \frac{ds}{dt} \right| = \left| \dot{s} \right|$$

Do của v_{τ} và $\dot{s}$ cùng dấu nên đường đi chuyển động theo chiều dương của quỹ đạo và ngược lại nên:

$$v_{\tau} = \dot{s}(t) \quad (11-1)$$

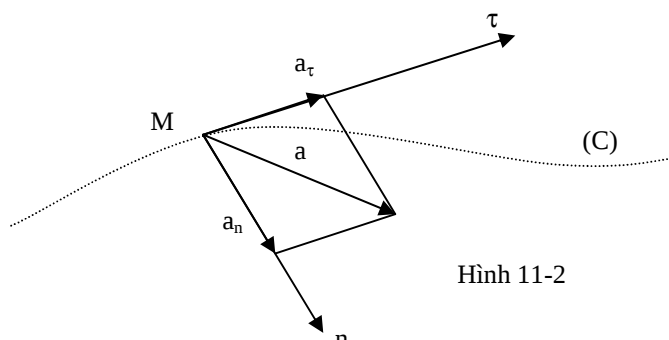
Vậy, vận tốc của điểm bằng đạo hàm bậc nhất của đường cong theo thời gian.

3. Gia tốc của điểm

Trong chuyển động, vận tốc của điểm thay đổi cả về hướng và trị số. Để biểu thị biến thiên của vận tốc gọi là gia tốc. Ký hiệu: $\vec{a}$

Thông thường thì $\vec{a}$ không trùng với phương tiếp tuyến của quỹ đạo, nên ta có thể phân làm hai thành phần (hình 11.2)

– Thành phần theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo, được gọi là gia tốc tiếp tuyến, ký hiệu $\vec{a}_\tau$



Hình 11-2

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{v}_\tau}{dt} = \dot{\vec{v}}_\tau(t) = \ddot{\vec{s}}(t) \quad (11-2)$$

– Thành phần theo phương pháp tuyến (hướng vào bên lõm của quỹ đạo), gọi là gia tốc pháp tuyến, ký hiệu $\vec{a}_n$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad (11-3)$$

Trong đó: ρ - bán kính cong của quỹ đạo tại vị trí đang xét

Vậy, gia tốc của điểm đang di chuyển (gia tốc toàn phần)

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \\ a &= \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \end{aligned} \quad (11-4)$$

* Ý nghĩa của các thành phần gia tốc

- $a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0$ khi $\rho \rightarrow \infty$: điểm chuyển động thẳng
- $a_n \neq 0$: điểm chuyển động cong
 Vậy a_n biểu thị độ đổi hướng của vận tốc.
- $a_\tau = \dot{v}(t) = 0$ thì $v = \text{hằng số}$: điểm chuyển động đều
- $a_\tau \neq 0$ thì v biến đổi: điểm chuyển động không đều
 Vậy a_τ biểu thị thay đổi tốc độ của điểm đang di chuyển.

Thông thường để biết $a_\tau = \text{hằng số}$ thì chuyển động gọi là biến đổi đều

($a_t > 0$ điểm chuyển động nhanh dần đều và ngược lại)

* **Ví dụ** : Điểm chuyển động trên vòng tròn bán kính $r = 1\text{m}$ theo phương trình

$$s = t^3 - 16t$$

(s tính bằng mét, t tính bằng giây)

- Xác định vận tốc và gia tốc tại thời điểm $t = 2\text{s}$
- Xét xem tại thời điểm đó, điểm chuyển động nhanh hay chậm dần.

Giải

$$v = S'(t) = 3t^2 - 16$$

Khi $t = 2\text{s}$ thì $v = 3 \cdot 2^2 - 16 = -4 \text{ m/s}$

$$a_t = v'(t) = 6t = 6 \cdot 2 = 12 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(-4)^2}{1} = 16 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ m/s}^2$$

Vì a_t và v trái dấu nên điểm chuyển động chậm dần.

Bài 12. MÔ TẢ CHUYỂN ĐỘNG NGẪU ĐIỀU**I. Chuyển động đều**

Chuyển động đều là chuyển động mà vận tốc có độ lớn chuyển động có trị số không đổi.

$$\begin{aligned}v &= \text{hằng số} \\a_{\tau} &= v'_{\tau}(t) = 0 \\a_n &= \frac{v^2}{\rho}\end{aligned}$$

1. Chuyển động thẳng đều

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0 \quad (\rho \rightarrow \infty) \quad ; \quad a_{\tau} = 0$$

Phương trình chuyển động : $s = s_0 + vt$

Trong đó: v và S_0 là vận tốc và tọa độ ban đầu của đường đi.

2. Chuyển động cong đều

$$a_{\tau} = 0 \quad ; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} \neq 0$$

Phương trình chuyển động : $s = s_0 + vt$

II. Chuyển động biến đổi đều

Là chuyển động mà gia tốc tỉ lệ tuyến tính với vận tốc có giá trị không đổi.

$$a_{\tau} = \text{hằng số} \quad ; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad ; \quad v = v_0 + a_{\tau}t$$

1. Chuyển động thẳng biến đổi đều

$$\begin{aligned}a_n &= 0 \quad ; \quad a_{\tau} = \text{hằng số} \\v &= v_0 + a_{\tau}t \\s &= s_0 + v_0t + \frac{1}{2}a_{\tau}t^2\end{aligned}$$

2. Chuyển động cong biến đổi đều

$$\begin{aligned}a_n &= \frac{v^2}{\rho} \quad ; \quad a_{\tau} = \text{hằng số} \quad ; \quad a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} \\v &= v_0 + a_{\tau}t \\s &= s_0 + v_0t + \frac{1}{2}a_{\tau}t^2\end{aligned}$$

* **Ví dụ** : Một điểm chuyển động nhanh dần đều trên cung tròn bán kính $r = 1000\text{m}$, thời gian thái độ yên sau 2 phút nó đi được quãng đường $S = 1200\text{m}$. Hãy tính trị số vận tốc và gia tốc sau 2 phút đó.

Giải

Ta có: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_t t^2$

chọn $s_0 = 0$

Mặt khác $v_0 = 0$ (ban đầu điểm đứng yên)

Nên $s = \frac{1}{2} a_t t^2$

$$\Rightarrow a_t = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 1200}{120^2} = \frac{1}{6} \text{ m/s}^2$$

Vận tốc sau 2 phút:

$$v = v_0 + a_t t = a_t \cdot t = \frac{1}{6} \cdot 120 = 20 \text{ m/s}$$

Gia tốc pháp tuyến: $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{20^2}{1000} = 0,4 \text{ m/s}^2$

Gia tốc sau 2 phút:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + (0,4)^2} = 0,43 \text{ m/s}^2$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

- Viết biểu thức tính vận tốc và gia tốc của điểm di chuyển theo phương pháp tọa độ Descartes.
- Trong chuyển động, nếu $\frac{v_x}{v_y} = \text{hằng số}$, thì đường quỹ đạo của điểm di chuyển đó như thế nào?
- Viết biểu thức xác định vận tốc và gia tốc của điểm chuyển động cong tổng quát.
- Đổi vị trí các điểm chuyển động thẳng (hoặc cong) có thể xảy ra các trường hợp sau không?
 - $v > 0$ và $a_t < 0$
 - $v < 0$ và $a_t > 0$

Chuyển động ngược với chiều chuyển động có đặc điểm gì?
- Phương trình chuyển động, vận tốc của điểm di chuyển trong chuyển động thẳng và cong bình đều đều có xác định như thế nào? Nếu thay đổi góc quy chiếu hoặc góc tham gia thì các biểu thức đó có gì thay đổi không?
- Khi nào điểm chuyển động không có gia tốc tiếp tuyến, không có gia tốc pháp tuyến và cả hai thành phần gia tốc đó đều không có?